

Hinweis: Für die Lösung der Übung benötigen Sie möglicherweise folgende Quantile der Standardnormalverteilung und der t-Verteilung (Notation: Vorlesungsfolie 277):

$$z_{0,999} = 3,09; z_{0,9995} = 3,29; z_{0,975} = 1,96; z_{0,995} = 2,58, z_{0,99} = 2,33$$
$$t_{0,999}^{11} = 4,02; t_{0,9995}^{11} = 4,44; t_{0,975}^{11} = 2,20; t_{0,995}^{11} = 3,11; t_{0,99}^{11} = 2,72$$

Aufgabe 1: Es wird nun wieder eine Maschine wie aus Aufgabe 3 (Blatt 5) betrachtet, welche Werkstücke produziert, deren Längen normalverteilt sind. Welche Länge für die Werkstücke eingestellt wurde ist unbekannt, jedoch liegt eine unabhängige Stichprobe von $n = 100$ Werkstücken vor, die eine durchschnittliche Länge von $\bar{x} = 42\text{mm}$ aufweist. (*Erinnerung:* Die Standardabweichung dieser Maschine ist ebenfalls bekannt (jedoch höher als auf Blatt 5/Aufgabe 3): $\sigma = 4\text{mm}$)

- Bestimmen Sie anhand der Stichprobe ein Konfidenzintervall für μ zum Konfidenzniveau 0,99!
- Wie groß müsste der Stichprobenumfang mindestens sein, damit das Konfidenzintervall für μ , bei gleicher Länge wie in Aufgabe a), sogar das Konfidenzniveau 0,999 einhält?

Aufgabe 2: Die Körpergröße bei Männern kann als normalverteilt betrachtet werden. In einer unabhängigen Stichprobe von 12 Männern betrug die durchschnittliche Körpergröße 172 cm und die Varianz 55 cm^2 .

- Bestimmen Sie ein Konfidenzintervall für μ zum Konfidenzniveau 0,95!
- Angenommen, man wüsste, dass die wahre Varianz von X 55 cm^2 betrage. Welche Auswirkung hätte dies auf die Länge des Konfidenzintervalls im Vergleich zu a)?

Aufgabe 3: Wir betrachten wieder das Beispiel aus dem Einzelhandel aus Aufgabe 2 (Blatt 6). Dort wurde die Kaufwahrscheinlichkeit mit 50% beziffert. Allerdings wurde diese schon seit Längerem nicht mehr validiert. Sie erhalten nun eine neuere unabhängige Stichprobe der Größe $n = 3000$. Unter diesen 3000 Personen wurden 1428 Käufer gezählt.

- Bestimmen Sie, mit den vorhandenen Informationen ein Konfidenzintervall für die Kaufwahrscheinlichkeit p für einen Kauf zum Konfidenzniveau 0,98!
- Treffen Sie eine Einschätzung bezüglich der angenommenen Kaufwahrscheinlichkeit von 50%.
- Nun sei bekannt, dass die Wahrscheinlichkeit von 50% aus der Stichprobe von Blatt 6 ($n = 500$) geschätzt wurde. Bestimmen Sie das Konfidenzintervall für die Differenz der Kaufwahrscheinlichkeiten aus den beiden Stichproben. Wählen Sie dazu das gleiche Konfidenzniveau wie in Aufgabe a). Fällt Ihnen etwas auf?