**Aufgabe 1:** Man betrachtet die beiden folgenden diskreten Zufallsvariablen:
$X$: „Hitzebedingter Ausfall von Maschinen“ (nein = 0, ja = 1)
$Y$: „Produktionsmenge“ (1 = gering, 2 = normal, 3 = hoch)
Es sei nur die gemeinsame Verteilung bekannt.

| $X\backslash Y$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $1/2$ | $1/4$ |
| 1 | $1/6$ | $1/12$ | 0 |

a) Bestimmen Sie die Randverteilungen von $X$ und $Y$.

b) Sind $X$ und $Y$ unabhängig?

c) Bestimmen Sie die Kovarianz zwischen $X$ und $Y$.

**Aufgabe 2:** Sie sind im Einzelhandel tätig und betrachten das Kaufverhalten ihrer Kunden. Es sei Zufallsgröße $Z$: „Kunde kauft etwas“. Nun betrachten sie eine Zufallsstichprobe von 500 Kunden.

a) Treffen Sie eine geeignete Annahme über die Verteilung und erläutern Sie, was im Sachzusammenhang die „i.i.d.“-Annahme bedeutet.

Nehmen Sie im Folgenden an, dass die Kauf-Wahrscheinlichkeit eines Kunden 50% beträgt.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim den 500 Kunden aus der Zufallsstichprobe das Ergebnis „Kunde kauft etwas“ um höchstens 25 von seinem Erwartungswert abweicht? Verwenden Sie dazu eine geeignete Approximation der Binomialverteilung!

**Aufgabe 3:** Angenommen, Sie arbeiten bei einer Kfz-Versicherung und Ihr Chef beauftragt Sie, für die Anzahl der jährlichen Schadensfälle pro Versicherungsnehmer ein Verteilungsmodell aufzustellen. Sie wollen die Anzahl von Ereignissen in einem fest vorgegeben Zeitintervall mittels einer Poissonverteilung modellieren. Zur Schätzung der Rate $\lambda$ verwenden Sie das Ergebnis einer unabhängigen Zufallsstichprobe von fünf Versicherten, das Aufschluss darüber gibt, wie viele Schadensfälle jene letztes Jahr gemeldet haben:
Die ersten beiden hatten je einen Schadensfall, der dritte hatte zwei Schadensfälle und die übrigen zwei kamen schadensfrei durchs Jahr. Wie kann man gemäß des Maximum-Likelihood-Prinzips von dieser Stichprobe auf die Rate $\lambda$ schließen?

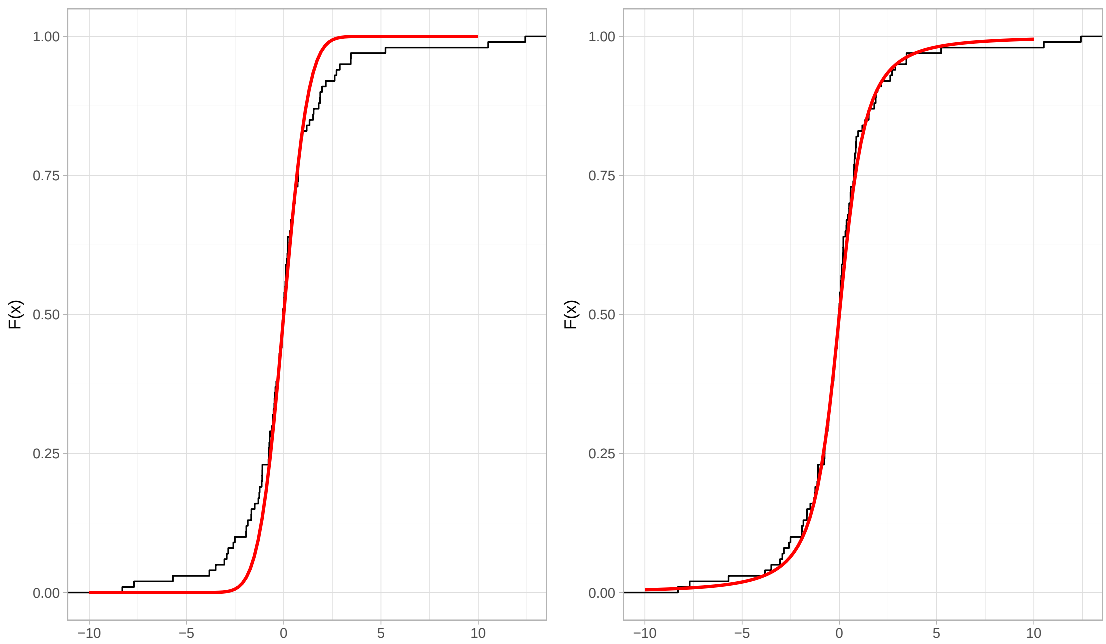
**Aufgabe 4:** Bei der folgenden Aufgabe sollen die Statements aus jedem Aufgabenblock jeweils als richtig oder falsch bewertet werden.

a) Sie haben in der Vorlesung den Hauptsatz der Statistik (Satz von Glivenko-Cantelli) kennengelernt. Geben Sie zu folgenden Punkten kurz an, ob die Aussagen so stimmen und begründen Sie.

   (1) Nach den Hauptsatz der Statistik strebt jede empirische Verteilung von unabhängigen Zufallsvariablen gegen ihre wahre Verteilung.

   (2) Mit dem in der Vorlesung definierten Abstand, als $D_n := \inf_x |F_n(x) - F(x)|$, gilt für jedes $c > 0$, dass $\lim_{n\to\infty} P(D_n > c) = 0$.

   (3) Sie haben 100 i.i.d.-Ziehungen einer Zufallsvariablen gegeben, welche t-verteilt ist. Fälschlicherweise nehmen Sie für ihre weiteren Untersuchungen eine Normalverteilung, mit den aus der Stichprobe geschätzten Parametern, an. Bestimmen Sie, welche Verteilung die t- bzw. die Normalverteilung (jeweils in rot) darstellen. Gehen sie auch kurz auf die daraus folgenden Schwierigkeiten ein. Als Hilfestellung erhalten Sie folgende Grafik:




b) Ein Textilunternehmen möchte seine Produktion optimieren. Dazu wird eine Gruppe von n=100 Personen nach ihren Körpermaßen befragt. Einer der Verantwortlichen hat die Idee dieselben 100 Personen innerhalb eines Jahres zweimal zu befragen (alle 6 Monate) um den Stichprobenumfang zu vergrößern. Bei den Auswertungen möchte man sich nun auf den zentralen Grenzwertsatz berufen. Was ist daran problematisch?

   (1) Es handelt sich nicht um eine diskrete Zufallsvariable

   (2) Es handelt sich nicht um unabhängige Realisationen

   (3) Man sollte zwei Stichproben durchführen: eine für Männer und eine für Frauen