

Aufgabe 1: Im Jahr 2015 kam es in Deutschland zu 20.000 Schäden in der Elementarversicherung¹. Y bezeichne die Zahl der Elementarschäden, die an irgendeinem Tag im Jahr auftreten, X sei die Zeitspanne zwischen dem Auftreten zweier Elementarschäden. Hinweis: Der Einfachheit halber wird von einem saisonunabhängigen Auftreten der Schäden ausgegangen.

- Welche Verteilung kann man X und Y zuordnen?
- Bestimmen Sie $E(X)$ und $E(Y)$! Geben die $E(X)$ dabei in Stunden an.
- Wie groß sind $P(Y > 45)$ und $P(X > 0.03)$?

Aufgabe 2: In einer Studie der Textilindustrie wurde die Körpergröße von Männern untersucht. Danach kann die Körpergröße von 20-jährigen Männern als normalverteilt angenommen werden mit Erwartungswert $\mu = 180$ cm und Varianz $\sigma^2 = (7,4\text{cm})^2$. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit,

- dass ein 20-Jähriger Mann größer als 195 cm ist?
- dass ein 20-Jähriger Mann zwischen 170 cm und 200 cm groß ist?
- Geben Sie ein Intervall an, in dem ca. 95% (bzw. 99%) der Werte liegen.

Aufgabe 3: Eine Maschine produziert Werkstücke, deren Längen normalverteilt sind. Die durchschnittliche Länge kann eingestellt werden, jedoch beträgt die Standardabweichung unabhängig davon immer 2 mm.

- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der eingestellte Wert $\mu = 50$ mm um mehr als 3 mm unterschritten wird?
- Auf welchen Wert muss die durchschnittliche Länge eingestellt werden, damit die produzierten Werkstücke mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,99 eine Länge von höchstens 60 mm haben?
(Hinweis: Das 99%-Quantil der Standardnormalverteilung ist: $z_{0,99} = 2.326348$)

Aufgabe 4: Sie planen 100.000€ in ein Portfolio zu investieren. Der durchschnittliche Return dieses Portfolios, sowie dessen empirische Standardabweichung wurden auf Basis von historischen Werten geschätzt. Für den durchschnittlichen Return ergibt sich ein Wert von 3%, für dessen empirische Standardabweichung ein Wert von 2%. Sie nehmen im Folgenden eine Normalverteilung für den Return an.

¹ Quelle: <http://www.gdv.de/zahlen-fakten/schaden-und-unfallversicherung/wohngebaeudeversicherung/>

- a) Berechnen Sie das 5%-Value-at-Risk.
(Hinweis: Definition „Value at Risk“ auf Folie 29 der Vorlesung)
(Hinweis 2: Das 5%-Quantil der Standardnormalverteilung ist: $z_{0.05} = -1.644854$)
- b) Diskutieren Sie, was sich bei Nutzung einer t-Verteilung ändern würde.